

组合导航原理

Principle of Integrated Navigation

牛小骥 陈起金

武汉大学卫星导航定位技术研究中心
(GNSS Center of Wuhan University)

November 21

组合导航系统

- 广义：任何两种及以上导航定位手段的组合
 - 交汇定位：GNSS、Loran、
 - 推算导航：INS、里程推算
 - 匹配定位：地形、视觉、道路、地磁/重力 匹配
- 狭义：至少含有一种推算导航手段
 - GNSS/INS
 - GNSS/车载DR
 - 早期航海、航空
 - 生物/人类导航

互补特性

目录

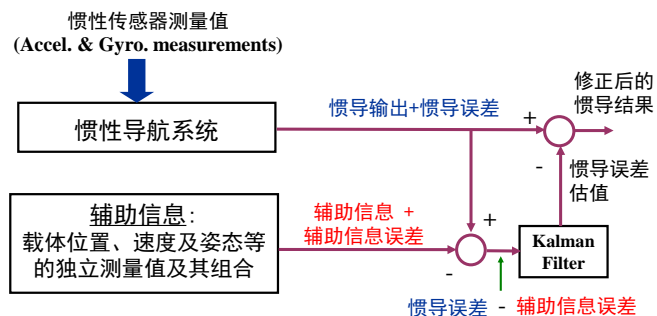
- 组合导航的概念
- GNSS/INS松组合算法设计
 - 系统状态方程的离散化
 - 观测方程
- 附录
 - 组合导航中的实用技巧

什么是滤波器？

- 滤波就是从混合在一起的诸多信号中提取出所需的信号
 - 滤波器必须知道待处理（分离）信号的明显特征（如模型）
 - 例：信号中夹杂着噪声
- $s+n \longrightarrow \text{Filter} \longrightarrow \hat{s}$
- 滤波器估计信号 s ，需要预先知道信号 s 和噪声 n 的统计特性
 - 如果 s 为低频信号，而 n 为高频噪声，那么设计相应的低通滤波就可以过滤掉噪声 n ，分离出信号 s
 - 必须知道信号 s 的特性

惯性导航中的卡尔曼滤波思想

- 带有辅助信息的惯性组合导航(Aided INS)中的互补滤波（卡尔曼滤波）思想

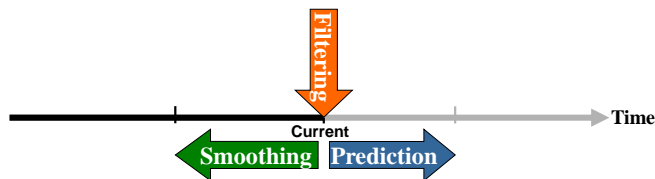


© Dr. Xiaoji Niu, Nav. Group, WHU

5

什么是最优估计?

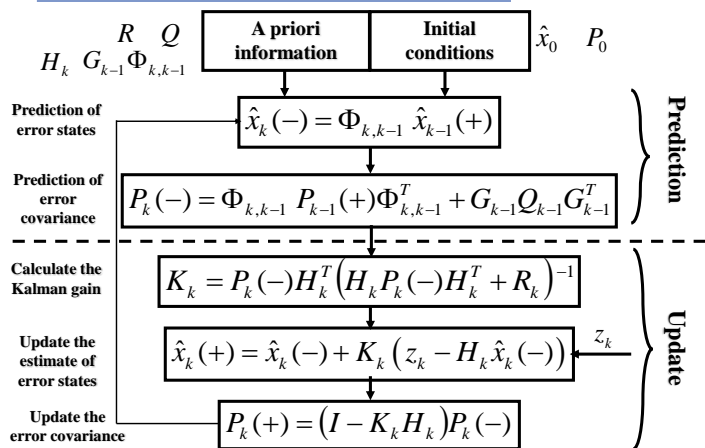
- 最优估计是一种算法：从测量值中推断出最优的系统状态（误差最小）
 - 知道系统状态方程和量测方程
 - 假设系统噪声和测量噪声的统计特性
 - 系统初始化信息
- 三种最优估计问题：
 - 预测，滤波和平滑



© Dr. Xiaoji Niu, Nav. Group, WHU

6

卡尔曼滤波算法

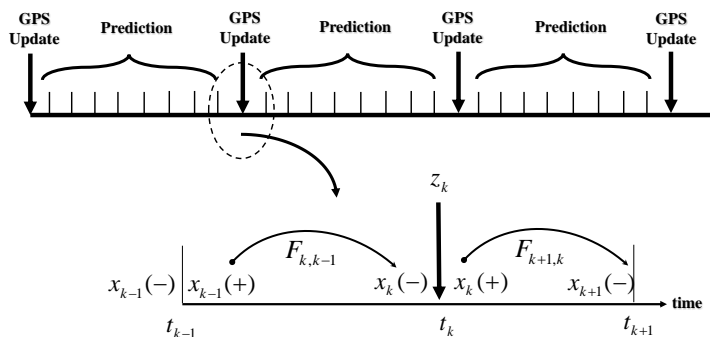


© Dr. Xiaoji Niu, Nav. Group, WHU

7

卡尔曼滤波算法

- 在大部分惯导应用中，卡尔曼滤波的新息更新频率一般低于滤波预测

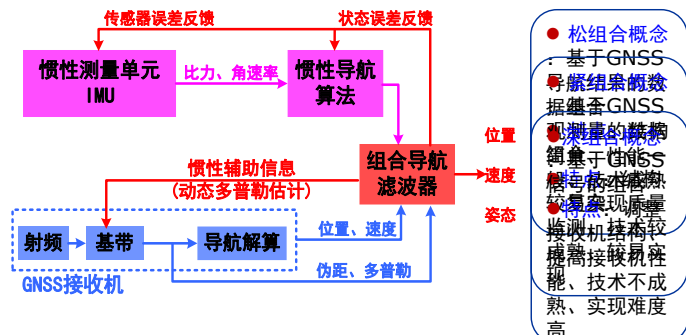


© Dr. Xiaoji Niu, Nav. Group, WHU

8

GNSS/INS组合导航分类

- 根据信息融合深度不同，GNSS和INS组合方式分为：松组合、紧组合和深组合



Ref: 张提升

© Dr. Xiaojie Niu, Nav. Group, WHU

9

GNSS/INS松组合观测方程（基础版）

- 根据给定测量值（GNSS定位）和系统状态向量x（惯导误差量）来构造观测向量z
- 建立观测向量z与状态向量x的关系——观测方程

$$\begin{aligned} r_{GPS} &= r + \delta r_{GPS} \\ r_{INS} &= r + \delta r_{INS} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &\triangleq r_{INS} - r_{GPS} \\ &= \delta r_{INS} - \delta r_{GPS} \\ &= [I_{3 \times 3} \quad 0_{3 \times 12}] \cdot \begin{bmatrix} \delta r_{INS} \\ \vdots \end{bmatrix} - \delta r_{GPS} \end{aligned}$$

10

GNSS/INS松组合算法

- 构建系统状态方程

GNSS/INS松组合常采用误差状态卡尔曼滤波（间接卡尔曼滤波）进行数据融合，以解决系统的非线性问题。根据惯导误差微分方程和传感器误差模型，将惯性传感器主要误差参数（加速度计和陀螺的零偏及比例因子误差）增广到卡尔曼滤波的系统状态中，可得卡尔曼滤波的状态向量及连续时间系统状态方程

$$\dot{x}(t) = F(t)x(t) + G(t)w(t)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} (\delta r_{INS}^n)^T & (\delta v_{INS}^n)^T & \phi^T & b_g^T & b_a^T & s_g^T & s_a^T \end{bmatrix}^T$$

δr_{INS}^n 为INS位置误差； δv_{INS}^n 为INS速度误差； ϕ 为INS姿态误差； b_g 表示陀螺零偏； b_a 为加速度计零偏； s_g 为陀螺比例因子误差； s_a 为加速度计比例因子误差

© Dr. Xiaojie Niu, Nav. Group, WHU

11

GNSS/INS松组合算法

- 系统动态矩阵 - F阵

$$F = \begin{bmatrix} F_{rr} & F_{rv} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F_{vr} & F_{vv} & (C_b f^b \times) & 0 & C_b^n & 0 & C_b^n \text{diag}(f^b) \\ F_{\phi r} & F_{\phi v} & -(\omega_{in}^n \times) & -C_b^n & 0 & -C_b^n \text{diag}(\omega_{ib}^b) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/t_{gb} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/t_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/t_{gs} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/t_{as} \end{bmatrix}$$

$$F_r = \begin{bmatrix} -\frac{v_D}{R_u+h} & 0 & \frac{v_N}{R_u+h} \\ \frac{v_E \tan \phi}{R_u+h} & -\frac{v_D + v_N \tan \phi}{R_u+h} & \frac{v_E}{R_u+h} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F_v = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

© Dr. Xiaojie Niu, Nav. Group, WHU

12

GNSS/INS松组合算法



□ 系统动态矩阵 – F阵 (续)

$$\mathbf{F}_w = \begin{pmatrix} -\frac{2v_x \omega \cos \varphi}{R_M + h} - \frac{v_x^2 \sec^2 \varphi}{(R_N + h)(R_M + h)} & 0 & \frac{v_x v_D}{(R_M + h)^2} - \frac{v_x^2 \tan \varphi}{(R_N + h)^2} \\ \frac{2\omega_x (v_x \cos \varphi - v_D \sin \varphi)}{R_M + h} + \frac{v_x v_E \sec^2 \varphi}{(R_N + h)(R_M + h)} & 0 & \frac{v_x v_D}{(R_N + h)^2} + \frac{v_x v_E \tan \varphi}{(R_N + h)^2} \\ \frac{2v_x \omega \sin \varphi}{R_M + h} & 0 & -\frac{v_x^2}{(R_N + h)^2} - \frac{v_N^2}{(R_M + h)^2} + \frac{2g}{\sqrt{R_M R_N + h}} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F}_{v_1} = \begin{pmatrix} \frac{v_D}{R_M + h} & -2\omega_x \sin \varphi - \frac{2v_x \tan \varphi}{R_N + h} & \frac{v_N}{R_M + h} \\ 2\omega_x \sin \varphi + \frac{v_x \tan \varphi}{R_N + h} & \frac{v_D + v_N \tan \varphi}{R_N + h} & 2\omega_x \cos \varphi + \frac{v_E}{R_N + h} \\ -\frac{2v_N}{R_M + h} & -2\omega_x \cos \varphi - \frac{2v_x}{R_N + h} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F}_\mu = \begin{pmatrix} -\frac{\omega \sin \varphi}{R_M + h} & 0 & \frac{v_E}{(R_N + h)^2} \\ 0 & 0 & -\frac{v_N}{(R_M + h)^2} \\ \frac{\omega \cos \varphi}{R_M + h} - \frac{v_x \sec^2 \varphi}{(R_N + h)(R_M + h)} & 0 & -\frac{v_x \tan \varphi}{(R_N + h)^2} \end{pmatrix}, \mathbf{F}_\mu = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{R_N + h} & 0 \\ -\frac{1}{R_M + h} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\tan \varphi}{R_N + h} & 0 \end{pmatrix}$$

13

GNSS/INS松组合算法



□ 状态方程离散化 – 状态转移矩阵

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{G}(t) \mathbf{w}(t)$$

为方便使用离散时间卡尔曼滤波的基本方程，首先需要上式进行离散化，构建离散时间状态方程：

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Phi}_{k+1/k} \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{\Phi}_{k+1/k} = \exp\left(\int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{F}(t) dt\right) \\ \mathbf{w}_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{\Phi}(t_{k+1}, t) \mathbf{G}(t) \mathbf{w}(t) dt \end{cases}$$

当F在 Δt 时间内变化不太剧烈，且 $\mathbf{F}(t_k) \Delta t \ll \mathbf{I}$ 时有：

$$\mathbf{\Phi}_{k+1/k} = \exp\{\mathbf{F}(t_k) \Delta t\} \approx \mathbf{I} + \mathbf{F}(t_k) \Delta t$$

© Dr. Xiaoji Niu, Nav. Group, WHU

14

GNSS/INS松组合算法



□ 状态方程离散化 – 噪声等效离散化

对驱动白噪声过程的等效离散化处理

$$\begin{cases} E[\mathbf{w}_k] = \mathbf{0} \\ E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_j^T] = \mathbf{Q}_k \delta_{kj} \end{cases}$$

系统噪声阵：

$$\mathbf{Q}_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{\Phi}(t_{k+1}, t) \mathbf{G}(t) \mathbf{Q} \mathbf{G}^T(t) \mathbf{\Phi}^T(t_{k+1}, t) dt$$

\mathbf{Q} 为驱动白噪声 (连续时间) 的方差强度；可简化为梯形积分：

$$\mathbf{Q}_k \approx \frac{1}{2} [\mathbf{\Phi}_{k+1/k} \mathbf{G}(t_k) \mathbf{Q}(t_k) \mathbf{G}^T(t_k) \mathbf{\Phi}_{k+1/k}^T + \mathbf{G}(t_{k+1}) \mathbf{Q}(t_{k+1}) \mathbf{G}^T(t_{k+1})] \Delta t$$

© Dr. Xiaoji Niu, Nav. Group, WHU

15

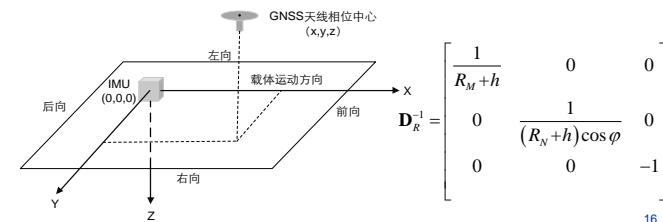
GNSS/INS松组合算法



□ 观测方程：GNSS位置更新

GNSS定位解算给出的是天线相位中心 (或其它参考点) 的位置坐标，INS机械编排给出的是IMU测量中心的导航结果，二者在物理上不重合，组合导航解算时需进行杆臂效应改正。GNSS天线相位中心与IMU测量中心之间的位置转换关系式为

$$\mathbf{r}_{GNSS}^n = \mathbf{r}_{IMU}^n + \mathbf{D}_R^{-1} \mathbf{C}_b^n \mathbf{l}_{GNSS}^b$$



16

GNSS/INS松组合算法



□ GNSS位置更新

由INS导航结果及杆臂测量值推算出GNSS天线相位中心的位置为

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{r}}_{GNSS}^n &= \hat{\mathbf{r}}_{IMU}^n + \hat{\mathbf{D}}_R^{-1} \hat{\mathbf{C}}_b^n \mathbf{I}_{GNSS}^b \\ &= \mathbf{r}_{IMU}^n + \hat{\mathbf{D}}_R^{-1} \delta \mathbf{r}_{IMU}^n + \hat{\mathbf{D}}_R^{-1} [\mathbf{I} - (\boldsymbol{\phi} \times)] \mathbf{C}_b^n \mathbf{I}_{GNSS}^b \\ &\approx \mathbf{r}_{GNSS}^n + \hat{\mathbf{D}}_R^{-1} \delta \mathbf{r}_{IMU}^n + \hat{\mathbf{D}}_R^{-1} (\mathbf{C}_b^n \mathbf{I}_{GNSS}^b \times) \boldsymbol{\phi}\end{aligned}$$

GNSS定位解算得到的GNSS天线相位中心的位置表示为

$$\tilde{\mathbf{r}}_{GNSS}^n = \mathbf{r}_{GNSS}^n - \hat{\mathbf{D}}_R^{-1} \mathbf{n}_{rG}$$

\mathbf{n}_{rG} 为GNSS位置误差。一般地，为简化处理常将GNSS位置测量值的误差建模为白噪声序列

GNSS/INS松组合算法



□ 观测方程：GNSS速度更新

GNSS采用多普勒测速可以提供相对独立的三维速度观测值。根据IMU速度推算GNSS天线相位中心速度的理论模型为

$$\mathbf{v}_{GNSS}^n = \mathbf{v}_{IMU}^n - [(\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) + (\boldsymbol{\omega}_{en}^n \times)] \mathbf{C}_b^n \mathbf{I}_{GNSS}^b - \mathbf{C}_b^n (\mathbf{I}_{GNSS}^b \times) \boldsymbol{\omega}_{ib}^b$$

根据惯导机械编排得到的导航结果，可以推算得到GNSS天线相位中心的速度，忽略误差的二阶小量，忽略地球自转角速度 $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ 和 $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$ 的误差

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{v}}_{GNSS}^n &\approx \mathbf{v}_{IMU}^n + \delta \mathbf{v}_{IMU}^n - (\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times) \mathbf{C}_b^n \mathbf{I}_{GNSS}^b - (\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times) (\mathbf{C}_b^n \mathbf{I}_{GNSS}^b \times) \boldsymbol{\phi} \\ &\quad - \mathbf{C}_b^n (\mathbf{I}_{GNSS}^b \times) \boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \mathbf{C}_b^n (\mathbf{I}_{GNSS}^b \times \boldsymbol{\omega}_{ib}^b) \times \boldsymbol{\phi} - \mathbf{C}_b^n (\mathbf{I}_{GNSS}^b \times) \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b\end{aligned}$$

GNSS/INS松组合算法



□ GNSS位置更新

量测向量/观测向量表示为INS推算的位置与GNSS解算的位置之差

$$\begin{aligned}\mathbf{z}_{rGNSS} &= \hat{\mathbf{D}}_R (\hat{\mathbf{r}}_{GNSS}^n - \tilde{\mathbf{r}}_{GNSS}^n) \\ &\approx \hat{\mathbf{D}}_R (\hat{\mathbf{D}}_R^{-1} \delta \mathbf{r}_{IMU}^n + \hat{\mathbf{D}}_R^{-1} (\mathbf{C}_b^n \mathbf{I}_{GNSS}^b \times) \boldsymbol{\phi} + \hat{\mathbf{D}}_R^{-1} \mathbf{n}_{rG}) \\ &\approx \delta \mathbf{r}_{IMU}^n + (\mathbf{C}_b^n \mathbf{I}_{GNSS}^b \times) \boldsymbol{\phi} + \mathbf{n}_{rG}\end{aligned}$$

GNSS位置观测值的量测矩阵为

$$\mathbf{H}_{rGNSS} = [\mathbf{I}_3 \quad \mathbf{0}_3 \quad (\mathbf{C}_b^n \mathbf{I}_{GNSS}^b \times) \quad \mathbf{0}_3 \quad \mathbf{0}_3 \quad \mathbf{0}_3 \quad \mathbf{0}_3]$$

GNSS/INS松组合算法



□ GNSS速度更新

GNSS解算的天线相位中心速度为

$$\tilde{\mathbf{v}}_{GNSS}^n = \mathbf{v}_{GNSS}^n - \mathbf{n}_{vG}$$

速度量测向量可表示为INS推算的速度与GNSS解算的速度之差：

$$\begin{aligned}\mathbf{z}_{vGNSS} &= \hat{\mathbf{v}}_{GNSS}^n - \tilde{\mathbf{v}}_{GNSS}^n \\ &\approx \delta \mathbf{v}_{IMU}^n - (\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times) (\mathbf{C}_b^n \mathbf{I}_{GNSS}^b \times) \boldsymbol{\phi} - \mathbf{C}_b^n (\mathbf{I}_{GNSS}^b \times \boldsymbol{\omega}_{ib}^b) \times \boldsymbol{\phi} - \mathbf{C}_b^n (\mathbf{I}_{GNSS}^b \times) \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \mathbf{n}_{vG}\end{aligned}$$

GNSS速度观测值的观测矩阵为

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_{vGNSS} &= [\mathbf{0}_3 \quad \mathbf{I}_3 \quad \mathbf{H}_{vG3} \quad -\mathbf{C}_b^n (\mathbf{I}_{GNSS}^b \times) \quad \mathbf{0}_3 \quad \mathbf{H}_{vG6} \quad \mathbf{0}_3] \\ \left\{ \begin{aligned} \mathbf{H}_{vG3} &= -(\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times) (\mathbf{C}_b^n \mathbf{I}_{GNSS}^b \times) - [\mathbf{C}_b^n (\mathbf{I}_{GNSS}^b \times \boldsymbol{\omega}_{ib}^b) \times] \\ \mathbf{H}_{vG6} &= -\mathbf{C}_b^n (\mathbf{I}_{GNSS}^b \times) \text{diag}(\boldsymbol{\omega}_{ib}^b) \end{aligned} \right.\end{aligned}$$



□ 算法实现中的注意事项

- 误差状态KF，在进行闭环反馈之后，被反馈的状态量部分应该置零
- Q阵的设置
- R阵的设置

实用更新1 - ZUPT



□ 零速修正 (Zero velocity UPdaTe, ZUPT)

- 在无连续外部更新的情况下，速度漂移会带来位置和姿态的精度发散，而零速修正能够显著提高纯惯导的导航精度

□ 操作过程

- 每2-4分钟停车一次，每次停车30-60 s
- “速度为零”这一信息用作卡尔曼滤波的量测更新

□ ZUPTs的优点

- 几乎零成本（无需额外设备）
- 不需要精确的时间同步

□ 局限性

- 必须有条件让载体静止（不适于空中和海上的应用）

附录

Appendices

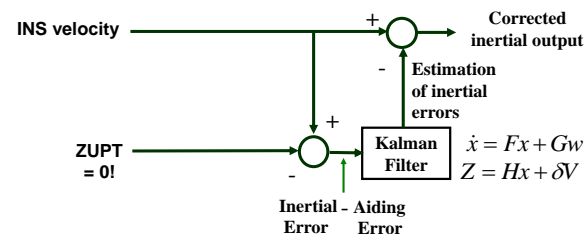
组合导航中的实用技巧

实用更新1 – ZUPT（续）



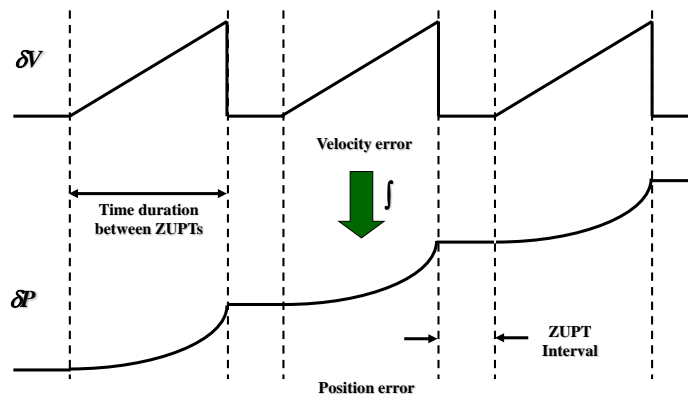
□ ZUPT如何提高惯导测量精度

- 为修复两次ZUPT修正之间INS速度误差，需要采用最优估计算法（例如卡尔曼滤波）
- 每次ZUPT修正时，将INS输出的三轴速度与ZUPT速度（零速）之差作为量测信息输入到卡尔曼滤波中



实用更新1 – ZUPT (续)

- ZUPT更新期间和两次更新之间的速度和位置误差



© Dr. Xiaoji Niu, Nav. Group, WHU

25

实用更新1 – ZUPT (续)

- 两个因素影响ZUPT的效果
 - 连续两次ZUPTs修正之间的时间间隔，期间速度误差随时间增长
 - ZUPTs更新时长需合理选择，使得卡尔曼滤波充分收敛
- ZUPT的重要性
 - 限制速度误差的增长，将速度重置为零
 - 估计加速度计零偏误差
 - 估计水平姿态角误差
- 总体上，ZUPT可有效限制大部分的惯导长期误差项

© Dr. Xiaoji Niu, Nav. Group, WHU

26

实用更新2 – CUPT

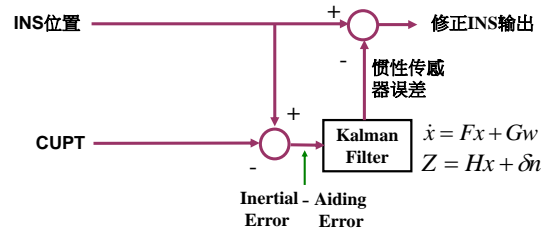
- 为什么需要坐标更新
 - 当没有高精度外部辅助更新（如GNSS）时，系统将以纯惯导模式工作，即使是导航级惯导，长时间工作也会有很大的导航误差积累（尤其是位置误差）。
- 坐标更新（Coordinate UPdaTe, CUPT）
 - 在某些特定的测量控制点（又称CUPT站点，坐标已知），载体停止运动并与控制点建立关联（如以某种方式对齐）
 - 在每个CUPT站点上，已知坐标值与惯导的位置输出进行对比。

© Dr. Xiaoji Niu, Nav. Group, WHU

27

实用更新2 – CUPT

- 怎样用CUPT来提高测量精度
 - 为了在两次CUPT之间改正INS误差，应采用最优估计算法（例如Kalman滤波）。
 - 在每个CUPT站点上，INS定位结果与CUPT坐标的差值（三维）被送到Kalman滤波中。

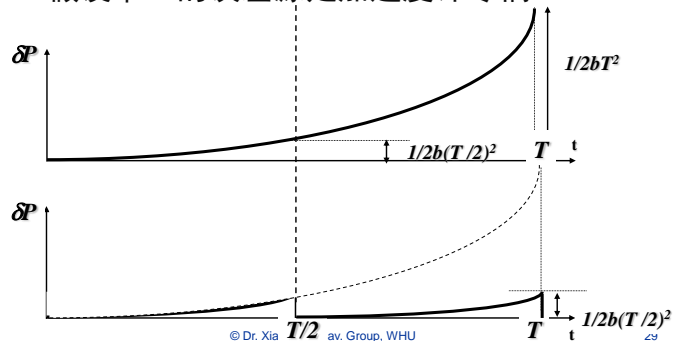


© Dr. Xiaoji Niu, Nav. Group, WHU

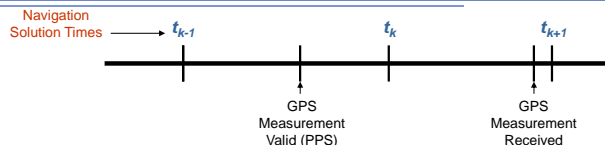
28

实用更新2 – CUPT

- 例：考虑一个载体沿直线运动了时间T，期间在T/2时刻做了一次CUPT；
- 假设唯一的误差源是加速度计零偏b。



实际问题：采样时刻不同步



- 导航处理器的时钟与GPS接收机的PPS秒脉冲同步
- 通常，惯导的采样时刻并不与GPS的采样时刻恰好对齐。为了准确地计算Kalman滤波的观测值(z)，必须将惯导结果内插或外插到GPS观测时刻上(PPS)。
- 例如，一架速度为500km/h的飞机，在0.01s采样周期内就会运动1.4m，会造成不可忽视的等效GPS定位误差。同时，GPS数据在实际接收到的时候也带有延迟。

© Dr. Xiaojie Niu, Nav. Group, WHU

31

实际问题：统一时标

$$Z(t) = P_{INS}^c(t) - P_{GPS}^c(t)$$

采用统一时标

- 组合导航中的INS数据和GPS数据应具有统一的时标。统一时标的精度需求取决于载体的速度（例如，车载应用中60km/h时速时，1ms的时间同步误差等效于1.6cm的定位误差）。
- 时间同步是采用GPS接收机的秒脉冲(PPS)来实现的；PPS秒脉冲通过硬件接口引入计算机

例：

$$T_{INS}^{GPS} = T_{INS}^c + (T_{PPS}^{GPS} - T_{PPS}^c)$$

The computer time of the INS pulse interrupt The computer time at the PPS interrupt

The GPS time defined by the PPS

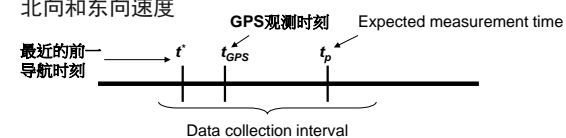
© Dr. Xiaojie Niu, Nav. Group, WHU

30

量测更新：惯导结果外推

- 接收机提示导航处理器下一次GPS观测时刻。
- 导航处理器在下次GPS数据到来之前完成导航结果的外推。

- 纬度、经度和高程
- 北向和东向速度



根据已有导航信息外推出GPS观测时刻的导航结果

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}(t^*) &= v_N(t^*) / (R) \\ \varphi(t_{GPS}) &= \varphi(t^*) + (t_{GPS} - t^*) \dot{\varphi}(t^*) \\ \dot{\lambda}(t^*) &= v_E(t^*) / (R \cos \varphi) \\ \lambda(t_{GPS}) &= \lambda(t^*) + (t_{GPS} - t^*) \dot{\lambda}(t^*) \end{aligned}$$

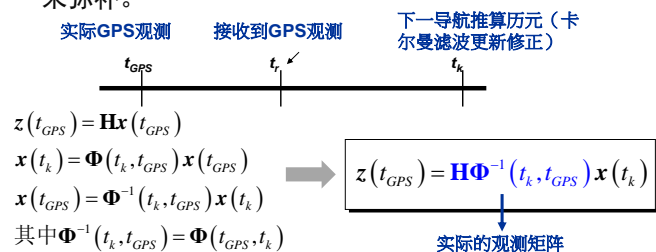
© Dr. Xiaojie Niu, Nav. Group, WHU

32

实时导航中观测滞后问题



- GPS数据反映的是GPS采样时刻 t_{GPS} 的导航信息，但导航处理器实际接收到GPS数据是在稍晚一些的时刻 t_r 。
- 而由GPS数据形成的KF观测（ \mathbf{z} ）必须反映组合导航当前更新时刻 t_k 。这个时间差用状态转移矩阵来弥补。



© Dr. Xiaoji Niu, Nav. Group, WHU

33

实时导航中观测滞后问题（续）



- 假设 \mathbf{F} 在短时间周期 T 内变化不太剧烈，且 $\mathbf{F}(t_k)T \ll \mathbf{I}$
 $\Phi(t_k, t_{k-1}) \approx e^{\mathbf{F}_{k-1}T}$
 $\approx \mathbf{I} + \mathbf{F}_{k-1}T + \frac{1}{2!}\mathbf{F}_{k-1}^2T^2 + \frac{1}{3!}\mathbf{F}_{k-1}^3T^3 + \dots$ $T = t_k - t_{k-1}$
- 泰勒展开取前几项，取决于时间间隔 T 和预期的载体动态。对于典型机载系统，前3~4项就足够了。
 $\Phi^{-1}(t_k, t_{k-1}) \approx e^{-\mathbf{F}_{k-1}T}$
 $\approx \mathbf{I} - \mathbf{F}_{k-1}T + \frac{1}{2!}\mathbf{F}_{k-1}^2T^2 - \frac{1}{3!}\mathbf{F}_{k-1}^3T^3 + \dots$ $T = t_k - t_{k-1}$
- 如果观测滞后大于惯导解算周期，则将所需状态转移的时间间隔分为若干份，计算每一份的状态转移矩阵后连乘得到。

